

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 16D21337

1. Докажите, что смешанное произведение трех векторов по модулю равно определителю, строки которого составлены из координат этих векторов в некоторой декартовой системе координат.
2. Пусть L — линейное подпространство в n -мерном линейном пространстве V . Докажите, что если $\dim L < n$, то в пространстве V имеется базис, в котором ни один из векторов не принадлежит подпространству L .
3. Докажите, что множество вещественных чисел вида $a + b\sqrt{p}$, где a и b — произвольные рациональные числа, а p — фиксированное простое число, является подполем поля вещественных чисел.
4. Пусть $r < k \leq n$ и A — вещественная $n \times n$ -матрица ранга r . Докажите, что для любого сколь угодно малого $\varepsilon > 0$ из A можно получить матрицу ранга k , изменив каждый элемент не более чем на ε .